il tratt

RIVISTA DI ARTE E CULTURA
DELL'ASSOCIAZIONE AMICI DEL CHIERICI ONLUS

anno 8
numero 13
dicembre 2018

editoriale

La redazione pag 3

saggistica

Un Libro prezioso; Poliedri; Daniel Barbaro
William Formella..... pag 4

Carte decorative popolari italiane
Gli incarti per caramelle della fabbrica F.lli Veronesi
di Milano (1930 – 1935 ca)
Gian Andrea Ferrari..... pag 44

contemporaneamente

Jean Dubuffet l'arte in gioco.
Materia e Spirito 1943 - 1985
Aurora Marzi..... pag 60

spigolature d'archivio

L'Archivio storico di un insigne studioso reggiano:
Mons. Prospero Scurani
Gian Andrea Ferrari..... pag 72

vita dell'associazione

La scultura diffusa; visita a Pietrasanta
Lucia Gramoli..... pag 82

credits..... pag 96

In copertina: *incarti per caramelle* prodotti dalla
fabbrica milanese F.lli. Veronesi

La redazione

Con questo nuovo numero iniziamo l'ottavo anno de **il tratto**.

Tutto questo nonostante le continue difficoltà che l'Associazione Amici del Chierici – onlus deve affrontare, si può dire, ogni giorno.

Il calo e l' invecchiamento dei soci e le ristrettezze economiche sono ormai divenute una costante, cui si unisce un diminuito interesse del Liceo per le attività e le proposte che portiamo avanti.

Tutto questo può far sembrare ineluttabile l'avvio di un destino di decadenza.

Ma come si diceva nell'editoriale del numero precedente, c'è stata una giusta reazione.

In primo luogo l'impegno a proseguire la pubblicazione di questa rivista e poi la nuova iniziativa legata ai **Quaderni de il tratto**.

L'uscita del primo numero di questo nuovo prodotto editoriale, dedicato ai disegner formati al "Chierici", ha avuto un successo lusinghiero sul web, divenendo il documento più scaricato dal nostro sito per tutto il secondo semestre del 2018.

Un andamento inaspettatamente felice questo, che ci ha convinto a dar corpo ad altre iniziative che stiamo cercando di predisporre con la collaborazione di diversi ex-allievi ed ex-professori del Liceo e che dovrebbero vedere la loro concretizzazione nel 2019. La speranza di poter riuscire in questo intento, ci rende ancora più convinti che sia giusto proseguire sulla strada che finora abbiamo percorso. Ci riferiamo in particolare alla pubblicazione della nostra rivista e alla sua linea editoriale, che risulta gradita a tanti appassionati di arte e cultura non solo italiani, ma soprattutto stranieri

Ecco allora cosa presentiamo in questo numero.

Per la **Saggistica**, due sono i contributi prescelti. Il primo, a firma di William Formella, riguarda un tema caro a questo nostro collaboratore, appassionato di storia della prospettiva e di geometria descrittiva. Una materia ostica ai più, ma affascinante quando la si riesca appena a conoscere. In questo contributo viene affrontata la problematica dei poliedri. Il caso di studio è

il noto testo de *La pratica della Prospettiva* dell'umanista veneziano Daniel Barbaro, in cui compare una lunga dissertazione su questo particolare aspetto geometrico. Formella ne esamina le implicazioni matematiche e formali, mettendole in relazione agli studi precedenti e successivi, collocando così storicamente l'opera del Barbaro. Un compito tutt'altro che facile, ma risolto brillantemente anche attraverso un uso efficace e sapente delle immagini.

Il secondo, a firma di Gian Andrea Ferrari, ha un tema più leggero ed è dedicato ad una catalogo di incarti per caramelle dell'inizio degli anni '30 della ditta milanese F.lli Veronesi.

Scoperto da un nostro simpatizzante, riveste un notevole interesse non solo per la sua rarità, ma soprattutto perchè offre un simpatico spaccato in tema di carte decorate popolari italiane, oggi poco considerate, quando si riferiscono al XX° secolo.

Subitodopo, per la rubrica **Contemporaneamente**, Aurora Marzi, ci presenta, con il sua solita competenza e passione per l'arte moderna, la mostra in corso a Palazzo Magnani di Reggio Emilia su Jean Dubuffet, dove viene proposta l'esperienza creativa tra materia e spirito, del notissimo artista francese.

Ancora Gian Andrea Ferrari nella rubrica **Spigolature d'archivio**, presenta i risultati del riordino dell'archivio storico di Mons. Prospero Scurani, giunto finalmente a conclusione dopo sei anni di lavoro. Si tratta di un fondo eminentemente reggiano, di cui, a più riprese, sono stati pubblicati anche su **il tratto** diversi documenti inediti di grande interesse.

Infine per la rubrica **Vita dell'Associazione** Lucia Gramoli, nostra nuova collaboratrice, prendendo spunto da un'uscita degli associati avvenuta quest'anno a Pietrasanta, ci offre un suo contributo sulla realtà artistica di questa bellissima cittadina della Versilia. In particolare ha voluto sottolineare come l'amore per la scultura sia diffusa in ogni angolo di questa ridente località balneare, facendola divenire una piccola, ma quanto mai significativa, capitale delle arti plastiche.

**UN LIBRO
PREZIOSO
POLIEDRI
DANIEL
BARBARO**

di Wiliam Formella

Fig.1: Copertina del libro; in pergamena di recupero

Quando insegnavo “Teoria e applicazioni di Geometria Descrittiva” all’Istituto d’Arte di Reggio Emilia (dal 1970 al 2005) era possibile tenere una “biblioteca di classe”; la mia, che condividevo con la collega Livia Cavicchi, era particolarmente ricca. Accanto ai molti manuali specifici della materia (a quel tempo ci fu un’esplosione di pubblicazioni di altissimo livello, sia di Geometria Descrittiva e Proiettiva che di Educazione Visiva e Architettura, con particolare riguardo alle strutture geometriche) ci era possibile, cosa oggi impensabile, ritirare dalla biblioteca d’Istituto i “libri antichi” inerenti alla materia o manuali francesi e italiani dell’800 e anche precedenti compresa una “cinquecentina” da mostrare agli studenti, con molto riguardo: ad un certo punto questo *momento felice* è finito e buona parte dei materiali tornarono a confluire nella biblioteca centrale.

Mi è sempre rimasto il ricordo di un prezioso libro del XVI secolo: LA PRATICA DELLA PERSPETTIVA DI MONSIGNOR DANIEL BARBARO (1569). Recentemente ho ottenuto dalla Dirigente scolastica dell’attuale Liceo Artistico, Dott.sa Maria Grazia Diana, il permesso di visionare il libro e da questo è nato il proposito di scrivere questo articolo per valorizzarne la presenza nel patrimonio storico della scuola.

In questo articolo ho però voluto, per deformazione professionale, mettere anche in evidenza alcune valenze didattiche di alcune parti trattate nel volume e sottolineare gli elementi culturali e tecnici che, rispetto a questi particolari argomenti, dovrebbero essere acquisiti dagli allievi in questo grado di istruzione.

DELLA PERSPETTIVA
DI MONSIGNOR

DANIEL BARBARO

ELETTO PATRIARCA D'AQVILEIA,

Opera molto vtile a Pittori, a Scultori, & ad Architetti.

*Con due taouole, vna de' capitoli principali, l'altra delle cose piu
notabili contenute nella presente opera.*

CON PRIVILEGIO.

RICOGNIZIONE GENERALE 1961

Inventario N° 645

IN VENETIA.

Appresso Camillo, & Rutilio Borgominieri fratelli, al Segno di S. Giorgio.

M D LXVIII.

Fig. 2: frontespizio

L'architetto Gian Andrea Ferrari,
da esperto bibliofilo, ha analizzato il libro dal punto di vista strutturale e ha fornito la seguente nota.

LIBRO E TESTO

Autore : Barbaro Daniele Matteo Alvise

Titolo :

LA PRATICA
DELLA PERSPETTIVA
DI MONSIGNOR
DANIEL BARBARO
ELETTO PATRIARCA D'AQVILEIA,
Opera molto vtile a Pittori, a Scultori & a Architetti.
Con due tauole, vna de' capitoli principali, l'altra delle cose piu
notabili contenute nella presente opera
CON PRIVILEGIO.

Luogo di Stampa : Venezia

Stampatore : Appresso Camillo & Rutilio Borgominieri fratelli, al Segno di S. Giorgio

Anno di stampa : 1569

Formato, carte e numero di pagine : in quarto; in 104 carte, per complessive 196 pag. numerate e 12 pagine posposte non numerate.

Carta e filigrane : stampato su carta vergata portante filigrane diverse

Tagli : colorati in rosso in modo un po' sommario.

Testo: Caratteri in corsivo, escluso il proemio.

Frontespizio con grande testata figurata incisa in xilografia e con grande marca tipografica, anch'essa in xilografia, raffigurante un caduceo stretto da due mani.

Grandi testate incise in xilografia poste al Proemio e all'inizio delle nove parti in cui è divisa l'opera, nonché della prima tavola dedicata ai capitoli principali.

Capilettera xilografici figurati di argomento mitologico.

Disegni nel testo e a piena pagina incisi in xilografia.

Marca tipografica incisa in xilografia all'ultima pagina posposta.

LEGATURA

Tipologia: legatura a dorso mobile, posteriore all'anno di stampa del libro. In parte scardinata tra la carta di guardia anteriore ed il frontespizio.

Piatti: in cartone, rivestiti in pergamena di recupero, e decorati con un semplice filetto inciso a secco a formare un rettangolo su ogni piatto. Misura dei piatti cm. 30,0 di H x 21,6 di L.

Dorso: curvo, a tre nervi in pergamena di recupero come i piatti. Tassello antico portante i titoli incisi in oro, parzialmente mancante. Etichetta moderna al piede con numeri d'inventario della biblioteca della Scuola di Disegno "Gaetano Chierici" di Reggio Emilia. Altezza del dorso. mm. 19.

Carte di guardia: in carta vergata forte e grana grossolana.

L'AUTORE

Daniele Matteo Alvise Barbaro (Venezia 1514-70)

Appartenente ad una importante famiglia veneziana, figlio di Francesco di Daniele Barbaro ed Elena Pisani, figlia del banchiere Alvise Pisani e Cecilia Giustinian. Nipote del patriarca di Aquileia Giovanni Grimani del quale fu coauditore. Il 17 Dicembre 1550 venne promosso in cocistoro patriarca "eletto" di Aquileia (coauditore), con diritto a futura successione ma non assunse mai la carica in quanto morì prima dello zio.

Fu ambasciatore della Serenissima presso la corte di Edoardo VI a Londra e rappresentante di Venezia al Concilio di Trento.

Umanista di ampi interessi e raffinato mecenate, studioso di filosofia, matematica e ottica fu amico di Andrea Palladio, al quale commissionò Villa Barbaro a Maser, di Pietro Bembo, Torquato Tasso, Pietro Aretino e di artisti come Paolo Veronese e Tiziano ai quali commissionò i suoi ritratti.

È famoso per la sua traduzione commentata del trattato, in dieci libri, *"De architectura"* di Marco Vitruvio Pollione e per il libro che qui presentiamo *"La pratica della prospettiva"*

I ritratti

I ritratti di Daniele Barbaro servono a dare un volto all'autore, i più importanti sono opera di grandi artisti veneziani.

Tiziano esegue due ritratti di Daniele Barbaro, quasi uguali: uno è conservato alla National Gallery of Canada, Ottawa (1544) e l'altro a Madrid, Museo Nacional del Prado (c. 1545), in essi l'umanista è ritratto all'età di trent'anni, la figura è posta di tre quarti con lo sguardo introspettivo dello studioso; si colloca dunque negli anni di Padova dove Barbaro si addottorò e fu tra i soci fondatori dell'Accademia degli Infiammati.

Il primo ritratto fu commissionato dallo storico Paolo

Giovio per la sua collezione di ritratti di contemporanei famosi e porta alla sommità la scritta *"DANIEL BARBARVS"*, la seconda è una copia dello stesso Tiziano nella quale non compare la scritta.

Qualche anno più tardi fu eseguito da Paolo Veronese il ritratto ora conservato a Palazzo Pitti di Firenze (1550), questa raffigurazione di aristocratico veneziano ha generato alcuni dubbi sulla sua identificazione con Daniele Barbaro ma ben rappresenta le ambizioni del personaggio che inizia ad assumere incarichi importanti di un patrizio al servizio dello stato, è di questi tempi la sua nomina di ambasciatore presso la corte di Edoardo VI.

Paolo Veronese attorno al 1560 esegue un altro notevole ritratto, oggi conservato presso il Rijksmuseum di Amsterdam, dove Daniele Barbaro viene raffigurato in vesti ecclesiastiche con un aspetto più maturo rispetto ai ritratti di Tiziano, il soggetto è collocato davanti ad una scrivania rivolto verso lo spettatore, si intravedono due volumi aperti, si tratta di immagini de *"I dieci libri dell'architettura"* di Vitruvio tradotti e commentati dallo stesso Barbaro, pubblicati nel 1556.

DANIELE BARBARO

Dal ritratto dipinto da Paolo Veronese

Ritratto di Daniel Barbaro

da un'incisione di G. Barni tratta da un dipinto di Paolo Veronese e pubblicata nel II° Vol. dell' *Iconografia Italiana degli uomini e delle donne celebri* - Milano, A. Locatelli - 1837.

N.B. Le Figg. 3, 4 e 5, già a corredo del presente articolo, non sono state pubblicate in accordo con l'autore."

I CONTENUTI DEL LIBRO

Pag. 1 - Frontespizio (Fig.2)

Pag. 2 - Dedicà (fig.6)

Pagg. 3/4
PROEMIO

Fig. 6: dedica

Nel proemio l'autore, dopo una "dotta" introduzione sulle origini classiche della rappresentazione prospettica, compie un'operazione che sarà importante nella nostra indagine: banalizza i lavori che hanno preceduto il suo per affermare l'assoluta originalità e novità del trattato.

... Avanti a l'età nostra i Pittori, che si trovavano a quei tempi, lasciarono di questa arte molto belle memorie di opere eccellenti, nelle quali non solamente i paesi, i monti, le selve, gli edifici si vedono egregiamente disegnati, & adombrati, ma ancho gli istessi corpi humani, & gli altri animali co linee all'occhio come al centro tirate sono sottilissimamente poste in Prospettiva. Ma in che modo, e con quali precetti si reggessero, niuno (che io sappia) ne gli scritti suoi ne ha lasciato memoria. Se forse non vogliamo chiamare precetti, & regole, alcune pratiche leggieri poste senza ordine, & fondamento, & esplicate rozzamente: perche di queste ne sono pure alcune di Pietro dal Borgo S. Stefano [corretto in appendice in S. Sepolcro], & d'altri, che per gli idioti ci potriano servire. Poche cose ci ha lasciato Alberto Durerò, benché ingeniose, & sottili. Più goffamente si è portato il Serlio: ma l'uno, & l'altro (dirò così) si sono fermati sopra il limite della porta. I Pittori de i nostri tempi altrimenti celebri, & di gran nome, si lasciano condurre da una semplice pratica, & nelle tavole loro non dimostrano sopra questa parte cosa degna di molta commendatione, & nelle carte in iscritto niuno precetto si vede dato da loro ... Il suo lavoro prende l'avvio dagli insegnamenti del matematico e ottico Giovanni Zamberti "Giovanni Zamberto cittadino Vinitiano" ma in realtà si basa sui trattati di Piero della Francesca, Alberti e Dürer. L'accusa di plagio, specialmente nei riguardi dei lavori di Piero emerge, nel tempo, soprattutto negli interventi in sua difesa da parte di suoi apologeti¹.

Pagg. 5/24

- *DIVISIONE DEL TRATTAMENTO DELLA PROSPETTIVA*

Pagg. 25/42

- *PARTE SECONDA Nella quale si tratta di Ichnographia, cioè descrizione delle piante.*

Pagg. 43/128

- *LA TERZA PARTE, Che tratta del modo di levare i corpi dalle piante.*

Questo è il capitolo che verrà approfondito per valutare il valore reale del lavoro dell'Autore in relazione alle conoscenze della sua epoca.

Tratta, in 29 capitoli, della spiegatura (sviluppo), dritto e adombratione di solidi: 5 poliedri regolari, un certo numero di poliedri semiregolari, alcuni poliedri stellati e un mazzocco (mazzocchio).

Pagg. 129/158

- *PARTE QUARTA, Nella quale si tratta della Scenographia, cioè descrizione delle Scene.*

Pagg. 159/162

- *PARTE QUINTA. Nella quale si espone una bella, & secreta parte di prospettiva,*

Pagg. 163/174

- *PARTE SESTA, Che si chiama Planispherio.*

Pagg. 175/178

- *PARTE SETTIMA, La quale tratta de i Lumi, dello Ombre, & de i Colori.*

Pagg. 179/186

- *PARTE OTTAVA, Nella quale si tratta delle misure del corpo Humano.*

Pagg. 187/196

- *PARTE NONA, Nella quale si descrivono molti istrumenti, e modi di ponere, & trasportare le cose in Prospettiva.*

Pagg. 197/200

- *TAVOLA DI QUELLO, che si contiene in tutta l'opera secondo l'ordine de i Capi.*

Pagg. 200/208

- *Tavola Generale delle nove parti della Prospettiva.*

Il volume esce in almeno 5 varianti, recanti le date 1568 e 1569, l'autore porta avanti anche una edizione in latino che però viene interrotta al capitolo ottavo della quarta parte ed abbandonata.

E' possibile consultare tutto il volume on line su vari siti ad esempio:

https://archive.org/details/gri_33125008285765/

NOTE:

1) Biblioteca dell'eloquenza italiana di Monsignor Giusto Fontanini con le annotazioni del signor Apostolo Zeno - Venezia 1753 - pagg. 381, 382. ... che i tre libri scritti gran tempo avanti, e mai divulgati, intorno a quest'Arte da Pietro della Francesca dal Borgo a San Sepolcro, furono ricopiati in gran parte da Daniel Barbaro. Bisognerebbe aver sotto l'occhio i suddetti tre libri, per poter accertarsi, fino a quanto si stendesse il preteso furto di lui ...

- Elogio di Daniele Barbaro di Antonio Diedo in: Ateneo Veneto - rivista di scienze, lettere ed arti - Venezia 1817 - pag. 57.

... Non mancò la bieca e subdola invidia di prender di mira cogli avvelenati suoi dardi il nome egregio del Barbaro, ove spargendo il fiele di dubbii maligni sull'autenticità del nuovo lavoro, ove con aperto mendacio sfacciatamente affermando non esser esso altrimenti un fiore del suo giardino.

I POLIEDRI REGOLARI E SEMIREGOLARI NELLA DIDATTICA

Sarà utile una definizione preliminare degli elementi che servono ad analizzare il tema che Daniele Barbaro ha svolto nel terzo capitolo del suo libro; in particolare dovranno essere enunciate le caratteristiche che definiscono i **poliedri**.

I POLIEDRI

La parola deriva dal greco: polys = molti ed édron = faccia, quindi per poliedro, in geometria, si intende un solido delimitato da un numero finito di facce piane poligonali, come ad esempio i **prismi** e le **piramidi**. Chiameremo **facce** i poligoni che compongono il poliedro, **spigoli** i lati di tali poligoni (gli spigoli sono sempre comuni a due facce che formano un **diedro**), **vertici** gli estremi degli spigoli (i vertici sono comuni ad almeno tre spigoli che formano una **cuspid**, lo spazio racchiuso dalla cuspid viene chiamato **angoloide**).

Tutti i poliedri convessi soddisfano la relazione di Eulero (1707-1783):

Facce + Vertici = Spigoli + 2 cioè $F+V=S+2$, oppure $V-S+F=2$

I POLIEDRI REGOLARI

Esistono dei poliedri con caratteristiche molto particolari detti **poliedri regolari** (**poliedri platonici**) **convessi** (un poliedro è convesso quando un segmento che unisce una coppia qualunque di suoi punti è interno al solido stesso); si possono definire nel seguente modo:

"un poliedro è regolare se ha per facce poligoni regolari congruenti e ha tutti gli angoloidi uguali".

Come conseguenza ha uguali tutti gli spigoli, gli angoli, i diedri e le cuspid.

Ricordiamo che un **poligono** è regolare se ha tutti i lati e gli angoli uguali.

E' interessante anche notare che:

un poliedro è regolare se e solo se esistono tre sfere concentriche tali che: una passa per tutti i vertici (**circosfera**) una è tangente a tutti gli spigoli (**intersfera**) una è tangente a tutte le facce (**insfera**). Il centro delle tre sfere è il centro del poliedro.

I poliedri che hanno queste caratteristiche sono solo 5 come già dimostrato rigorosamente da Euclide (vedi infra).

- TETRAEDRO: 4 facce (triangoli equilateri); 4 vertici; 6 spigoli.
- ESAEDRO o CUBO: 6 facce (quadrati); 8 vertici; 12 spigoli.
- OTTAEDRO: 8 facce (triangoli equilateri); 6 vertici; 12 spigoli.
- DODECAEDRO: 12 facce (pentagoni regolari); 20 vertici; 30 spigoli.
- ICOSAEDRO: 20 facce (triangoli equilateri); 12 vertici; 30 spigoli.

LA DUALITA'

Le facce sono porzioni di **piani**, gli spigoli porzioni di **rette** e i vertici sono **punti**.

Una delle leggi fondamentali della Geometria Proiettiva è la **dualità** per la quale, scambiando fra loro la parola piano e la parola punto, lasciando inalterata la parola retta, ogni proposizione si trasforma in un'altra detta **duale**.

Esempio: il **Dodecaedro** è un poliedro regolare costituito da 12 facce, 30 spigoli e 20 vertici. Sostituendo la parola facce con la parola vertici otteniamo: 12 vertici, 30 spigoli e 20 facce cioè un **Icosaedro**, poliedro duale del Dodecaedro.

Fra gli altri poliedri regolari il Cubo è duale dell'Ottaedro e il Tetraedro è duale di se stesso (Fig.7).

Fig. 7: dualità; figure caricate da Massimo Borsero su ResearchGate

I POLIEDRI SEMIREGOLARI

I **poliedri semiregolari (poliedri archimedei) convessi** sono così definiti perchè hanno un grado di regolarità inferiore ai poliedri regolari, possono essere definiti nel seguente modo: *“poliedri le cui facce sono poligoni regolari di due o più tipi, le cuspidi sono tutte congruenti”*¹.

Come conseguenza hanno uguali tutti gli spigoli.

I poliedri semiregolari ammettono una sfera che passa per tutti i vertici (**circosfera**).

Esistono solo 13 poliedri con queste caratteristiche, due di questi hanno due possibili forme dette chirali (enantiomorfe) più due **serie infinite di prismi e antiprismi**.

I poliedri semiregolari si possono ottenere operando trasformazioni sui poliedri regolari come : sezioni, espansioni e rotazioni.

Dal TETRAEDRO

TETRAEDRO TRONCO²

F8 (4 triangoli, 4 esagoni) - V12 - S18

Dal CUBO e dall'OTTAEDRO

CUBO TRONCO

F14 (8 triangoli, 6 ottagoni) - V24 - S36

OTTAEDRO TRONCO

F14 (6 quadrati, 8 esagoni) - V24 - S36

CUBOTTAEDRO

F14 (8 triangoli, 6 quadrati) - V12 - S24

CUBOTTAEDRO TRONCO³

F26 (12 quadrati, 8 esagoni, 6 ottagoni) - V48 - S72

ROMBICUBOTTAEDRO⁴

F26 (8 triangoli, 18 quadrati) - V24 - S48

CUBO SIMO⁵

F38 (32 triangoli, 6 quadrati)

- V24 - S60

Sx

Dx

Dal DODECAEDRO e dall'ICOSAEDRO

DODECAEDRO TRONCO
 F32 (20 triangoli, 12 decagoni)
 - V60 - S90

ICOSAEDRO TRONCO
 F32 (12 pentagoni,
 20 esagoni) - V60 - S90

ICOSIDODECAEDRO
 F32 (20 triangoli, 12 pentagoni)
 - V30 - S60

ICOSIDODECAEDRO TRONCO⁶
 F62 (30 quadrati, 20 esagoni,
 12 decagoni) - 120 - S180

ROMBICOSIDODECAEDRO⁷
 F62 (20 triangoli, 30 quadrati,
 12 pentagoni) - V60 - S120

CHIRALITA'

La **chiralità**, dal greco *cheir*, "mano" è la proprietà di un oggetto rigido di non essere sovrapponibile alla sua immagine speculare.

Un oggetto chirale, assieme alla sua immagine riflessa, ad esempio la mano sinistra e la mano destra (Fig. 8), forma una coppia enantiomorfa.

Fig. 8: Chiralità; Coppia enantiomorfa

PRISMI E ANTIPRISMI ARCHIMEDEI

Hanno le caratteristiche dei poliedri semiregolari e sono chiamati impropriamente archimedei in quanto sconosciuti al matematico greco; saranno definiti e denominati solo nel 1619 da Keplero.

Prismi archimedei

Sono poliedri le cui basi sono costituite da due poligoni congruenti di n lati (infiniti) posti su piani paralleli connessi da un ciclo di quadrati⁸.

Antiprismi archimedei

Sono poliedri le cui basi sono costituite da due poligoni congruenti di n lati (infiniti) posti su piani paralleli, connessi da un ciclo di triangoli equilateri; ogni triangolo connette due vertici di una base e un vertice dell'altra⁹.

I NOMI

I nomi attribuiti ai poliedri regolari e semiregolari compaiono molto tempo dopo la loro scoperta. Per quanto riguarda i solidi platonici, li troviamo scritti per la prima volta da Pappo di Alessandria nel IV sec. d.C (vedi infra). Ai poliedri archimedeei i nomi vengono assegnati da Johannes Kepler 1571-1630, italianizzato in Giovanni Keplero nel suo "Harmonices Mundi", pubblicato nel 1619 e sono sostanzialmente quelli che usiamo tuttora. Keplero realizza un'impresa che ha dell'incredibile: riscopre i 13 poliedri semiregolari (da lui definiti *Archimedèa Corpora*), li descrive, li rappresenta (Fig.9) e da loro un nome¹⁰; individua i due romboedri¹¹ (Fig.10) che hanno le facce coincidenti con le facce di due di essi e a cui danno il nome (Rombicubottaedro e Rombicosidodecaedro); individua i prismi e gli antiprismi che verranno solo in seguito chiamati archimedeei.

Fig. 9: Johannes Kepler; i 13 poliedri semiregolari rappresentati nel "Harmonices Mundi", libro II.

Note

1) Due dei tredici poliedri semiregolari vengono a volte definiti "quasi regolari" perché oltre alle cuspidi hanno anche uguali i diedri, essi sono: il Cubottaedro e l'Icosidodecaedro. 2) Il termine "tronco" a volte viene sostituito da "troncato". 3) Il Cubottaedro tronco è anche chiamato "Grande rombicubottaedro". 4) Il Rombicubottaedro è anche chiamato "Piccolo rombicubottaedro". 5) Il termine "simo" a volte viene sostituito da "camuso". Adriano Graziotti (1912-2000): scultore, pittore e matematico, che ha dedicato tutta la sua vita allo studio dei poliedri, suggerisce, per omogeneità con le denominazioni di Keplero di chiamare i due "simi": Esaottaedro simo e Dodecaicosaedro simo. 6) L'Icosaedro tronco è anche chiamato "Grande rombicosidodecaedro". 7) Il Rombicosidodecaedro è anche chiamato "Piccolo rombicosidodecaedro". 8) Il prisma con le basi quadrate è un Cubo. 9) L'antiprisma con le basi triangolari è un Ottaedro. 10) Si ricorda che le due sillabe "icosi" presenti in tre dei loro nomi derivano dal fatto che Keplero, in alcuni casi, chiamava l'Icosaedro: "Icosiedron". 11) Sono il Dodecaedro rombico e il Triacontaedro rombico, i due solidi fanno parte della famiglia dei poliedri duali dei poliedri archimedeei, definiti per la prima volta dal matematico belga Eugène C. Catalan (1814-84).

Fig. 10: Johannes Kepler; i due romboedri rappresentati nel "Harmonices Mundi", libro II.

LA SCOPERTA E LA STORIA FINO AL XVI SECOLO

ALLE ORIGINI

Se si cerca di trovare un inizio alla storia dei **Poliedri Regolari** bisogna tornare indietro di ventisei secoli e recarsi in un punto geografico particolare: la costa ionica (Asia minore) del VI secolo a.C., in particolare nella città di Mileto¹, culla della rivoluzione razionale e naturalistica del pensiero greco che caratterizzerà tutta la civiltà occidentale fino ai giorni nostri.

E' con **Talete**, **Anassimandro** e **Anassimene**² che il pensiero si affranca dall'interpretazione mitico-religiosa della realtà che circonda l'uomo ed appare *l'alba del primo pensiero critico*¹.

Le fondamentali riflessioni di questi primi filosofi trovano la forma per poter essere espresse ad opera di un altro grande pensatore: Pitagora nato a Samo (poco distante da Mileto) solo una generazione successiva³, egli sostiene *che il linguaggio in cui sono scritte le leggi del mondo sia la matematica ... che per i Greci significa principalmente geometria*¹.

Pitagora, al termine dei suoi viaggi approda a Crotona e fonda la sua famosa Scuola dove, lo storico Proclo (410 - 485 d.C.) afferma: *"Egli scoprì il fatto degli irrazionali e la costruzione delle figure cosmiche (poliedri regolari)"*⁴.

Si suppone però che si trattasse solo del Tetraedro, dell'Esaedro o Cubo e del Dodecaedro⁵, forme che era possibile osservare anche in natura nei cristalli di pirite di ferro (Fig.11) di cui la Magna Grecia era ricca. Il ritrovamento di tali forme in natura doveva rafforzare la teoria pitagorica sul significato dei numeri, ovvero della loro doppia natura di principi universali e di entità fisiche.

L'interesse però non è sistematico e non è accompagnato dalla formulazione di teorie specifiche.

Fig.11: Pirite in pentagonododecaedri;
immagine tratta dal libro: Minerali e Rocce,
Mondadori Ed. - foto Rodolfo Crespi - (modificata)

LA DEFINIZIONE GEOMETRICA

I cinque poliedri regolari vengono anche denominati “**Solidi Platonici**” questo è dovuto all’ampia e particolare descrizione che **Platone**⁶ ne fa nel “**Timeo**”.

Si pensa però che prima di lui ne abbia trattato in maniera sistematica il suo amico e forse allievo **Teeteto**⁶ al quale è attribuita la scoperta dell’Ottaedro e dell’Icosaedro⁷.

Gli argomenti trattati in alcuni passi del “Timeo” sono un punto fermo nella storia dei cinque solidi, Platone analizza preliminarmente la struttura delle superfici “*Ma la superficie piana e retta è costituita da triangoli, aventi ciascuno un angolo retto e due acuti. Di questi triangoli, poi, alcuni hanno da ciascuna parte una parte uguale di angolo retto delimitata da lati uguali; altri, invece, hanno parti disuguali divise da lati disuguali*”.

Con questi triangoli, che sono i “più belli”, egli costruisce le due figure piane: il triangolo equilatero e il quadrato⁸, con le quali costruire “... quei corpi bellissimi, quattro di numero, dissimili tra loro ...”. Il procedimento inizia con la costruzione di un triangolo equilatero ottenuto assemblando 6 triangoli rettangoli (con angoli di 30°, 60°, 90°)⁹;

“*Componendosi insieme, poi, quattro triangoli equilateri, ogni gruppo di tre angoli piani costituisce un angolo solido ... E di quattro di tali angoli si costituisce il primo genere di solido...*”, Il Tetraedro. “*Il secondo, poi, è costituito dagli stessi triangoli, ma composti insieme in otto triangoli equilateri, in modo da fare un angolo solido di quattro angoli piani, ...*”, l’Ottaedro.

“*Il terzo genere, poi, è costituito di centoventi elementi uniti insieme (20 triangoli equilateri composti da sei triangoli rettangoli ciascuno), e di dodici angoli solidi compresi ciascuno da cinque triangoli equilateri piani, ed ha venti basi in forma di triangoli equilateri*”. L’Icosaedro.

“... Ma il triangolo isoscele generò la natura del quarto genere, componendosi quattro, congiungendosi al centro l'angolo retto e producendo un tetragono equilatero (quadrato). Sei di tali tetragoni equilateri, collegati insieme, produssero otto angoli solidi, costituiti ciascuno da tre angoli retti piani. E la forma del corpo costituita divenne cubica, avente sei basi piane quadrate”.
L'Esaedro.

“...ma essendovi ancora una quinta combinazione, il Dio si servì di essa per decorare l'universo”.
Il Dodecaedro.

Subito dopo Platone afferma che non esistono altri corpi regolari oltre a questi e associa, motivandolo dettagliatamente, ogni corpo ad un elemento fondamentale della natura: il Tetraedro con il Fuoco, l'Esaedro con la Terra, l'Ottaedro con l'aria, l'Icosaedro con l'Acqua e identificando il Dodecaedro con l'Universo (Fig. 12)¹⁰; questo abbinamento resisterà a lungo e verrà riportato sistematicamente in quasi tutti gli studi successivi.

Fig. 12: J. Keplero; gli abbinamenti platonici da “Harmonices mundi”, libro II, pag. 57, particolare

Le “figure cosmiche”¹¹ di Platone avranno una loro trattazione geometrica rigorosa ad opera di **Euclide** di Alessandria¹².

Nel tredicesimo e ultimo libro degli “**Elementi**”, dopo aver trattato in una serie di proposizioni, la divisione di una retta in estrema e media ragione (sezione aurea), veri e propri lemmi per la costruzione dei poliedri regolari, Euclide, con le proposizioni 13, 14, 15, 16 e 17, affronta lo studio dei 5 corpi regolari e la loro iscrizione in una sfera di diametro dato.

Nell’ultima proposizione, la diciottesima, viene dimostrata rigorosamente e in maniera magistrale l’impossibilità che possano esistere altri poliedri regolari.

“Dico adesso che, oltre alle cinque figure suddette, non può costruirsi nessun’altra figura che sia compresa da poligoni equilateri ed equiangoli, fra loro uguali. Infatti, non è possibile costruire un angolo solido con due triangoli, o, in generale, con due figure piane (XI, def.XI¹³).

Con tre triangoli poi, è costruibile l’angolo (solido) di una piramide [tetraedro], con quattro l’angolo di un ottaedro e con cinque quello di un icosaedro. Mentre invece con sei triangoli equilateri ed equiangoli, che si incontrino e si congiungono in un punto, non si potrà avere un angolo solido; poichè difatti un angolo di un triangolo equilatero è due terzi di un angolo retto, i sei angoli daranno, sommati, quattro retti - il che è impossibile: difatti ogni angolo solido è compreso di meno di quattro retti (XI, prop. 21¹⁴). ... Quanto all’angolo solido del cubo, esso è compreso da tre quadrati; è impossibile invece che lo sia da quattro: difatti, sarebbero di nuovo quattro angoli retti a comprenderlo.

Usando poi pentagoni equilateri ed equiangoli, con tre di essi è costruibile l’angolo del dodecaedro, mentre è impossibile lo sia con quattro: poichè l’angolo di un pentagono equilatero è uguale difatti ad un angolo retto più un quinto di esso (cfr. lemma), la somma dei quattro angoli sarebbe in tal caso maggiore di quattro retti - il che è impossibile”.

E nemmeno potrà darsi che un angolo solido sia compreso da altre figure poligonali, per la medesima assurdità di prima.

Dunque, non è possibile che, oltre alle cinque figure suddette, sia costruibile una qualunque altra figura solida compresa da poligoni equilateri e equiangoli”.

Definiti in modo perfetto i cinque poliedri regolari il mondo greco fa un ulteriore passo in avanti con **Archimede** di Siracusa¹⁵ che scopre (quasi incredibilmente) i tredici **Poliedri Semiregolari** denominati anche **Poliedri Archimedei**. Sappiamo di una sua opera, “*Dell’investigazione dei poliedri*”, andata perduta, da **Pappo di Alessandria** che ne dà notizia nel quinto libro del suo “*Synagoghe*” (Collezioni) in cui attribuisce ad Archimede la scoperta dei tredici poliedri semiregolari¹⁶⁻¹⁷. Questo passaggio è fondamentale perché Pappo chiama per nome i cinque poliedri platonici¹⁸ e descrive perfettamente, per la prima volta, tutti i tredici poliedri archimedei (unica spiegazione è che avesse a disposizione il trattato di Archimede) classificandoli in base al numero delle facce ed elencando i poligoni da cui sono costituiti¹⁹.

LA DIMENTICANZA

Il mondo ellenistico tramonta entrando progressivamente nell'ombra oscurato dalla luce di Roma che impone un diverso modo di vedere il mondo,²⁰ le invasioni barbariche e il lungo medioevo si disinteressano allo spazio tridimensionale sostituendolo con una visione magico-simbolica della realtà e con una preferenza alla rappresentazione bidimensionale²¹.

La tradizione greca, pur affievolendosi, si protrae attraverso autori isolati fino al VI secolo, riuscendo a passare il testimone al mondo arabo che, partendo dal trattato di Euclide, sviluppa in modo originale l'indagine sui poliedri.

Nel IX secolo **Tabit ibn Qurra**²² con un metodo opposto a quello usato da Euclide, partendo dalla sfera, costruisce poliedri, anche semiregolari, dimostrando successivamente la loro regolarità. Un secolo dopo **Abul al-Wafa' Buzjani** dedica ai poliedri l'ultimo capitolo del suo libro *Fi ma yahtagu al-sani' min al-a' mal al-handasiyya* (Sulle costruzioni geometriche indispensabili all'artigiano). Egli costruisce i cinque solidi regolari e vari poliedri semiregolari, svincolandoli dai problemi metrici e operando in termini di suddivisione della superficie della sfera, utilizzando il tracciato di cerchi massimi e costruendo poligoni sferici equilateri e equiangoli.

IL RISVEGLIO

La riconquista dello spazio tridimensionale e dei corpi che vi si muovono viene collocata convenzionalmente agli inizi del '400 a Firenze con l'invenzione della Prospettiva, mentre quella per il rinnovato interesse per i Poliedri con il trattato di **Piero della Francesca**²⁴ *"Libellus de quinque corporibus regularibus"*. L'interesse è nuovo ma l'argomento si innesta su conoscenze precedenti. Non sono però state trovate opere a cui fare risalire direttamente l'opera di Piero, se si esclude il trattato di Archimede, andato perduto, si può pensare a fonti arabe o agli "Elementi" di Euclide.

Prima del "libellus", tra la fine degli anni 60 e la prima metà degli anni 70 Piero compone il cosiddetto *"Trattato d'abaco"*²⁵ in cui, oltre ai cinque poliedri regolari, sono già presenti alcuni solidi archimedei (tetraedro tronco e cubottaedro)

Il libello è stato composto in età avanzata (fine anni 70, primi anni 80) e può essere considerato il completamento del più famoso *"De prospectiva pingendi"*²⁶. Si tratta di un manoscritto in latino nel quale vengono trattate in dettaglio le proprietà dei cinque poliedri platonici e delle loro proprietà reciproche (Fig. 13); per la prima volta le rappresentazioni sono spaziali, disegnate con assonometrie che oggi chiameremmo "cavaliera" e "isometrica".

Nella terza parte del libro vengono descritti alcuni poliedri semiregolari: Tetraedro tronco, cubo tronco, Ottaedro tronco, Dodecaedro tronco, Icosaedro tronco.

Il contenuto del libello verrà riportato integralmente, tradotto in volgare, nell'edizione a stampa del *"De divina proportione"* di fra **Luca Pacioli** (1445-1517), suo allievo, suscitando accese polemiche²⁷.

Fig. 13: Icosaedro iscritto nel Cubo; pagina del "Libellus de quinque corporibus regularibus". Stesso disegno rifatto per l'edizione a stampa del "De divina proportione".

Del "De divina proportione", terminato da Pacioli nel 1498, furono compilate tre copie manoscritte²⁸ e una edizione a stampa nel 1509; i manoscritti contengono 60 bellissime tavole disegnate da **Leonardo da Vinci** (1452-1519).

Per quanto riguarda i poliedri regolari²⁹ l'autore espone dal capitolo XXV i concetti già presenti in Euclide omettendo però le dimostrazioni geometriche; dal capitolo XLVIII inizia la parte più originale del trattato, strettamente legata ai disegni di Leonardo, che tratta della possibilità di ricavare, partendo dai cinque corpi regolari, il poliedro tagliato (ABSCISVS) cioè i poliedri semiregolari³⁰ e il poliedro stellato (ELEVATVS). Leonardo disegna i poliedri in modo mirabile dandone di ognuno la rappresentazione: solida (PLANVS SOLIDVS), vacua (PLANVS VACVVS), elevata solida (ELEVATVS SOLIDVS) elevata vacua (ELEVATVS VACVVS); li rappresenta appesi ad un filo sottolineandone la fisicità con le ombre proprie e ne facilita la comprensione con la rappresentazione vacua cioè dei soli spigoli (Fig. 14/17). I solidi sono rappresentati in prospettiva centrale ad eccezione del Cubo che è disegnato in assonometria cavaliera (la prospettiva centrale lo avrebbe reso illeggibile)³¹.

Fig. 14-15-16-17: Rombicubottaedro; Pacioli lo definisce: VIGINTISEX BASIVM = ventisei basi (facce), nelle varianti PLANVS SOLIDVS, PLANVS VACVVM, ELEVATVS SOLIDVS, ELEVATVS VACVVS

Il lavoro di Pacioli/Leonardo, soprattutto l'edizione a stampa³² generò un interesse diffuso verso i poliedri, che cominciarono a comparire nei più svariati ambiti come nelle magistrali tarsie della sagrestia di S. Maria in Organo di Verona³³. L'opera è di fra **Giovanni da Verona** (1457-1525), architetto, scultore, intarsiatore e maestro di prospettiva, già autore di notevoli opere soprattutto in legno, è sorprendente, tanto da far dire al Vasari: "quelle di questa sagrestia sono di quante opere fece mai frà Giovanni le migliori; perciocchè si può dire che quanto nelle altre vinse gli altri, tanto in questa avanzasse se stesso". Il ciclo di tarsie fu eseguito fra il 1519-1523, esse sono poste fra paraste intagliate e con magistrali prospettive centrali a trompe-l'oeil rappresentano: paesaggi, vedute urbane, animali, oggetti, strumenti musicali e poliedri (Fig. 18-19). I poliedri presenti sono: l'Icosaedro vacuo, l'Icosaedro tronco vacuo, il Cubottaedro vaquo e altri poliedri stellati sicuramente mediati dai soggetti leonardeschi.

Fig. 18-19: Tarsie; Fra Giovanni da Verona, sagrestia di S. Maria in Organo di Verona

A questi bagliori del Rinascimento italiano, dal nord risponde **Albrecht Durer** (1471-1528) che durante i suoi due soggiorni a Venezia del 1494/95 e del 1505/06 rimane affascinato dal rinnovamento culturale e artistico presente in tutti i campi del pensiero e dell'arte; conosce qui i lavori di Piero, di Leonardo, del Pacioli e di altri grandi pittori.

Tornato in Germania rielabora il materiale acquisito e nel 1525 a Norimberga pubblica, in tedesco, il trattato "*Underweysung der Messung*"³⁴, noto anche come *l'arte della misura*.

Il volume è un vero e proprio manuale di costruzioni geometriche, inoltre è da sottolineare che in essa si trovano chiare applicazioni di doppia proiezione ortogonale, fra le prime ad essere così sicuramente documentate. Durer affronta anche la descrizione dei poliedri li rappresenta in proiezione ortogonale e con il loro sviluppo, inteso come ausilio per la costruzione di modelli, anche in questo caso per la prima volta; non si avventura però nella loro rappresentazione spaziale (Fig. 20-21).

Descrive i cinque poliedri regolari e con il solo sviluppo sette poliedri semiregolari: il Tetraedro tronco, il Cubo tronco, il Cubottaedro, l'Ottaedro tronco, il Rombicubottaedro, il Cubo simo³⁵, il Cobottaedro tronco, ai quali aggiunge lo sviluppo (errato) di un poliedro irregolare.

Il trattato termina con alcune tavole di schemi prospettici, con teoria delle ombre applicata, e due delle famose xilografie che rappresentano il *velo* o *sportello* (turlein) di Durer, lo strumento ideato per rappresentare direttamente figure in prospettiva.

Fig.20-21: **Albrecht Durer** ; pagine dell'*Underweysung der Messung*: proiezioni ortogonali (con alcuni errori di costruzione) e sviluppo di un Dodecaedro; sviluppo di un Cubo simo.

I trattati e l'opera di Durer fecondano tutta la cultura del nord Europa per quanto riguarda i poliedri, l'esempio più impressionante è il lavoro dell'orafo e incisore tedesco **Wenzel Jamnitzer** (Vienna 1508 - Norimberga 1585) che nel suo "*Perspectiva Corporum Regularium*" del 1568 riproduce in 120 incisioni i solidi platonici con le loro sorprendenti variazioni³⁶.

Nel lavoro di Jamnitzer non si trovano problematiche relative alla costruzione prospettica ma solo esercizi di virtuosismo manierista, i risultati però sono di notevole eleganza e complessità. Va detto che nonostante il libro si intitolasse *Perspectiva* tutti i disegni sono delle (quasi) assonometrie, o meglio sono intesi come prospettive con i punti di fuga (quasi) all'infinito (Fig. 22/24).

Fig. 22-23-24: Wenzel Jamnitzer; pagine tratte dal "*Perspectiva Corporum Regularium*" (1568).

L'orafo, esperto nella costruzione di strumenti astronomici, afferma di aver inventato uno strumento per disegnare i poliedri e le loro infinite variazioni, direttamente (Fig. 25)³⁷.

Fig. 25: Incisione di Jost Amman; Wenzel Jamnitzer nel suo studio con uno strumento prospettico (1525 ca.); British Museum. Londra

NOTE:

1) Per una magistrale riflessione sulle origini del pensiero occidentale si fa riferimento al libro di Carlo Rovelli: *Che cos'è la scienza - La rivoluzione di Anassimandro*. 2) Talete 640/625-547 a.C., Anassimandro 610-545 a.C., Anassimene 586-528 a.C.. 3) Quando muore Anassimandro, Pitagora (569-495 a.C.) ha 24 anni. 4) Nel V secolo d.C. Proclo, nei suoi *Commentari su Euclide*, cita un passo della *Storia della Geometria* di Eudemo di Rodi in cui si indica in Pitagora lo scopritore dei numeri irrazionali e delle figure cosmiche (il frammento giunto fino a noi e contenente tale asserzione viene detto *Sommario Eudemiano*). 5) Nel 1885 è stato rinvenuto vicino a Padova un dodecaedro in pietra di origine etrusca, risalente quindi ad un periodo anteriore al 500 a.C. E' probabile che la scuola pitagorica sia venuta a contatto con la civiltà etrusca e abbia avuto il merito di trattare il problema della costruzione del dodecaedro da un punto di vista geometrico. 6) Platone 427-347 a.C., Teeteto 415-369 a.C.. 7) Considerando che per Platone la matematica ha significato solo in quanto scienza pura, staccata da ogni suo utilizzo nella pratica, si può ipotizzare che sia attribuibile a Teeteto uno studio approfondito sui poliedri esposto in un trattato che non ci è pervenuto. Uno scolio al Libro XIII degli Elementi di Euclide afferma: *"In questo libro si costruiscono i cosiddetti cinque corpi platonici, i quali però non sono dovuti a Platone, poichè tre di essi (il cubo, la piramide [cioè il tetraedro] e il dodecaedro) sono dovuti ai pitagorici, e l'ottaedro e l'icosaedro a Teeteto"*. 8) I triangoli che formano il triangolo equilatero e il quadrato sono riducibili all'infinito e costituirebbero la struttura invisibile dei corpi.

9) Platone definisce questo triangolo in vari modi: *"che abbia il quadrato del lato maggiore triplo del quadrato del minore"* oppure *"che ha l'ipotenusa doppia del lato minore"*. 10) Alcuni filosofi, successivamente, associarono il Dodecaedro all'Etere, adottando la descrizione fatta da Aristotele (384-322 a.C.) nella *Metafisica*, nella *Fisica* e nel trattato *Sul Cielo*. 11) Secondo il Timeo il cosmo sarebbe composto da particelle aventi la forma dei poliedri regolari. 12) Euclide era un platonico e si ipotizza abbia composto gli *Elementi* attorno all'anno 300 a.C., circa 50 anni dopo la morte di Platone; si presuppone che collocando lo studio dei Solidi Platonici alla fine dei 13 libri che compongono la sua opera ne abbia voluto celebrare il pensiero. 13) Definizione di angolo solido. 14) Dimostrazione che *"Ogni angolo solido è compreso da angoli piani la cui somma è minore di quattro angoli retti."* 15) Archimede di Siracusa 287-212 a.C.. 16) Pappo di Alessandria (290 ca-350 ca d.C.), il miglior matematico della tarda antichità, scrive il suo *Collezioni matematiche* in 8 volumi attorno al 325-340, di cui esiste una traduzione del X sec. conservata nella Biblioteca Vaticana identificata come Codex Vaticanus Graecus 218. 17) Per completezza, per quanto riguarda i poliedri, dopo Archimede e prima degli studi del mondo arabo, va ricordato il contributo di Appollonio di Perga dove si dimostra che il rapporto delle superfici del dodecaedro e dell'icosaedro inscritti nella stessa sfera è il medesimo del rapporto dei loro volumi, argomento poi ripreso da Ipsicle probabile autore dell'apocrifo XIV volume degli *Elementi* di Euclide. 18) Il riferimento è il numero delle facce del poliedro (4-6-8-12-20): tetraedron; exaedron; oktaedron; dodekaedron; ikosaedron. 19) E' possibile trovare una traduzione in inglese dello scritto di Pappo nel sito: <https://www.cs.drexel.edu/~crrres/Archimedes/Solids/PappusOLD.html> 20) Si ritrovano echi delle "scoperte" greche in oggetti d'uso come i piccoli "dodecaedri romani" cavi, in bronzo o pietra, ritrovati in diverse parti d'Europa (116 pezzi), risalenti al II o III sec. d.C, dei quali non si conosce l'uso. 21) I poliedri regolari erano conosciuti nel Medioevo, si veda ad esempio il trattato *"De arte mensurandi"* (ca.1344) di Johannes de Muris (1290-1350), ma suscitavano scarso interesse se non per qualche corrispondenza alchemica. Nell'alchimia si perde la matematizzazione della realtà, presente invece nel Timeo di Platone. Anche la corrispondenza elemento-poliedro è svuotata del suo significato originario perchè assume un carattere puramente simbolico (da: Lucia Bernardini - *Sui cinque corpi regolari* - Tesi di laurea).

22) Tabit ibn Qurra 826-901. Il mondo arabo riscopre i Poliedri Archimedei in quanto sembra non fossero conosciute le opere di Archimede e di Pappo sull'argomento. 23) Abul al-Wafa' Buzjani 940-997. 24) Piero della Francesca 1416/17- 1492. 25) Del testo esistono due codici conservati alla Biblioteca Medicea Laurenziana e alla Biblioteca Nazionale di Firenze. 26) Lo testimonia la dedicatoria a Guidobaldo da Montefeltro, Piero raccomanda che esso sia messo accanto al "de prospectiva opusculum" già donato al padre, il duca Federico. Attualmente il manoscritto è conservato presso la Biblioteca Vaticana, Vaticano Urbinatense Latino 632. 27) Il Vasari nelle sue "Vite" così si esprime: "E colui, che con tutte le forze sue si doveva ingegnare di mantenergli la gloria e di accrescergli nome e fama, per aver pure appreso da lui tutto quello che sapeva, non come grato e fedele discepolo, ma come empio e maligno nimico, annullato il nome del precettore, usurpatosi in tutto, dette in luce sotto nome suo proprio ciò che è di fra Luca da'l Borgo tutte le fatiche di quel buon vecchio. Il quale, oltre le scienze dette di sopra fu eccellente nella pittura e molto onorato et amato universalmente al pari di ogni altro della età sua.". 28) Una dedicata al Duca di Milano Ludovico il Moro, conservata alla Biblioteca Civica di Ginevra, la seconda donata da Pacioli a Giangaleazzo Sanseverino e custodita presso la Biblioteca Ambrosiana di Milano e la terza offerta a Pietro Soderini, andata perduta. 29) Pacioli chiama i poliedri regolari nel seguente modo: Tetracedron, Exacedron, Octocedron, Ycokedron, Dvodecedron. 30) I poliedri semiregolari individuati da Pacioli sono 6: Tetraedro tronco, Cubo tronco, Ottaedro tronco, Rombicubottaedro, Icosidodecaedro, Icosaedro tronco. 31) E' importante indagare su come Leonardo possa aver realizzato la rappresentazione corretta, in prospettiva, di forme così complesse che a suo tempo potevano essere ottenute solamente "per punti" con lunghi procedimenti. Luca Pacioli afferma, in un passo del *Tractato di architectura*, contenuto nell'edizione a stampa del 1509: "E le forme de ditti corpi materiali, bellissime, con tutta ligiadria, quivi in Milano de mie proprie mani disposi, colorite e adorne e forono numero 60 fra regulari e lor dependenti. El simile altrettanti ne disposi per lo mio patrone Galeazzo Sanseverino in quel luogo. E poi altrettante in Firenze a la exempla del nostro signore Confalonieri perpetuo Petro Soderino, quali al presente in suo palazo se ritrovano"; "presumibile quindi che i disegni di Leonardo riproducessero oggetti reali (modelli) che il pittore aveva di fronte. A questo punto è lecito ipotizzare che Leonardo, più che una rigorosa costruzione dei corpi in pianta, alzato e sezione, abbia usato uno strumento prospettico empirico, come il piano trasparente descritto in una nota del: manoscritto B. dell'Institut de France e disegnato nel Codice Atlantico" (Argante Ciocci).

32) Edizione a stampa realizzata a Venezia nel 1509 dallo stampatore ed editore Paganino Paganini è composta di tre diverse opere: il *Divina proportione*, il *Tractato de l'architectura* e il *Libellus in tres partiales tractatus divisus* traduzione in volgare del *libellus* di Piero della Francesca. 33) Altri esempi: Fra Domenico Zambelli detto Domenico da Bergamo, tarsie del coro della Basilica di S. Domenico a Bologna (1541-49); Guido di Filippo da Serravallino, tarsie del coro del Presbiterio del Duomo di Pisa, ora nel museo dell'Opera del Duomo (1510-13). 34) Il titolo completo è: "Underweysung der Messung mit dem Zyrckel und Richtscheyt" (Insegnamento della misura con l'aiuto del compasso e della riga). Il trattato verrà ripubblicato, postumo nel 1538, completamente rivisto e ampliato. Nel 1532 a Parigi viene anche pubblicata la traduzione in latino dal titolo "Institutionum Geometricarum libri quattuor", con prefazione di Erasmo da Rotterdam. 35) La riscoperta del Cubo simo da parte di Durer è una cosa notevole in quanto esso è uno dei due poliedri chiriali e di difficile individuazione; il secondo, il Dodecaedro simo, per essere riscoperto dovrà aspettare Keplero. 36) In totale nel volume ci sono 166 immagini di solidi, esse sono state eseguite in collaborazione con il grande incisore Jost Amman (1539-91). 37) Nel volume l'autore dichiara che in futuro avrebbe descritto lo strumento ma non lo fece mai, rimane un'incisione di J. Amman che lo ritrae mentre utilizza uno strumento di restituzione prospettica. Ved. M. Kemp, 1994 -La scienza dell'arte - pag. 76-193.

I POLIEDRI DI DANIEL BARBARO

Fig. 27: "La pratica della prospettiva"; prima pagina della terza parte

Nella terza parte del suo libro, "La pratica della prospettiva", Barbaro tratta dei "TRE MODI DI LEVARE I CORPI dalle piante", come soggetti utilizza i poliedri di cui realizza "spiegatura, dritto, et adombratione" cioè: lo sviluppo, la sua rappresentazione tridimensionale e le ombre proprie (Fig. 27)¹. Nonostante cerchi di minimizzare il loro valore (ved. infra), i contenuti sono ispirati in gran parte, quando non ripresi direttamente, dal manoscritto "De prospectiva pingendi" di Piero della Francesca e, per quanto riguarda gli sviluppi, al trattato "Underweysung der Messung" di Durer che nel frattempo era stato tradotto in latino, al "De pictura" di Alberti, sicuramente non è estranea la pubblicazione a stampa del "De divina proportione" di Luca Pacioli. Nei primi sei capitoli rappresenta, in prospettiva centrale², i cinque poliedri regolari che chiama: piramide, cubo, octaedro, dodecaedro e icosiedro fornendo, oltre allo sviluppo, anche spiegazioni per la costruzione delle piante e delle altezze; presenta infine un'immagine "pulita" del solido, appoggiato su di una base, con ombre proprie intuitive (Fig. 28/31).

Dal settimo capitolo affronta un'indagine sui poliedri semiregolari "DESCRITTIONE DE I CORPI IRREGVLARI, CHE NASCENO dai corpi regolari". "I corpi regolari sopraposti, i quali non possono essere piu di cinque (lasciando il corpo spherico) si formano molti altri corpi irregolari, per la mutatione de gli anguli piani, & sodi, come si vedera dalle loro spiegature, che dimostrano questi corpi essere composti"

Daniel Barbaro, attraverso operazioni di troncatura dei poliedri regolari e dai loro derivati individua, in sequenza, 10 solidi semiregolari³.

Trisecando gli spigoli della Piramide (Tetraedro) ottiene il **Tetraedro tronco**.

Bisecando gli spigoli del Cubo o dell'Ottaedro costruisce il **Cubottaedro**.

Bisecando gli spigoli del Dodecaedro e dall'Icosaedro costruisce l'Icosidodecaedro.

Dal Dodecaedro ricava anche il **Dodecaedro tronco** sbagliando però la procedura per mancanza di rigore geometrico; afferma di ottenere la trasformazione trisecando lo spigolo del Dodecaedro mentre in realtà bisogna iscrivere un decagono in ogni sua faccia.

Commettendo lo stesso errore del precedente ottiene dall'Icosaedro, l'**Icosaedro tronco** che, non si ottiene trisecandone lo spigolo, ma iscrivendo degli esagoni nelle sue 20 facce triangolari.

Da un corpo che definisce "composto" ricava il **Cubottaedro tronco**; il poliedro a cui si riferisce è il Cubottaedro ma, per ottenere il Cubottaedro tronco bisogna: iscrivere degli ottagoni nelle sue facce quadrate, degli esagoni nella facce triangolari procedendo poi ad un'ulteriore deformazione per trasformare i rettangoli, che si formano dallo scarto di tali operazioni, in quadrati.

Il solido successivo non è un poliedro semiregolare, è un **poliedro irregolare**. Viene ottenuto bisecando gli spigoli dell'Ottaedro tronco; esso è composto da 6 quadrati, 8 esagoni e 24 triangoli isosceli; nello sviluppo Barbaro (sbagliando) li disegna equilateri con la conseguenza che non sarebbe possibile ricomporre il solido tridimensionale. La rappresentazione prospettica è particolarmente irrisolta.

Infine da un altro corpo definito "composto" ottiene il **Rombicosidodecaedro**; il poliedro a cui si riferisce è l'Icosidodecaedro ma, anche qui, per ottenere il Rombicosidodecaedro bisogna costruire nuovi pentagoni e triangoli bisecando tutti gli spigoli e procedere ad un'ulteriore deformazione per trasformare i rettangoli, che si formano dallo scarto di tale operazione, in quadrati.

L'autore, dal capitolo XVIII, continuando a sezionare gli spigoli dei poliedri semiregolari individua altri 8 poliedri presentati, per la loro complessità, solo attraverso gli sviluppi; 7 sono poliedri irregolari (1,2,3,5,6,7,8) ma uno (4) è una vera sorpresa, è lo sviluppo dell'**Icosidodecaedro tronco** che, assieme al Rombicosidodecaedro e prescindendo da Archimede/Pappo, non sono mai stati rappresentati (che io sappia) in nessuna altra opera precedente.

Il **primo** è uno sviluppo (parziale) di un **poliedro irregolare** ottenuto bisecando gli spigoli dell'Icosaedro tronco; anche in questo caso l'errore evidente sta nel considerare i triangoli come equilateri mentre in realtà sono isosceli (un vertice con due triangoli equilateri e due esagoni risulterebbe di 360° , di conseguenza non potrebbe sollevarsi dal piano).

Il solido ottenuto sarebbe composto da 60 triangoli (isosceli), 12 pentagoni e 20 esagoni.

Il **secondo** sviluppo (parziale) si dovrebbe ottenere dalla sostituzione dei 60 triangoli del precedente con altrettanti esagoni diventando un insieme di 12 pentagoni e 80 esagoni. E' un solido assolutamente **irrealizzabile** con poligoni regolari in quanto prevede il concorso in un vertice di tre esagoni che sommano 360° (3×120) e quindi non si solleverebbe dal piano.

Il **terzo** sviluppo (anche questo parziale) ottenuto trisecando tutti i lati dei poligoni del precedente è **irrealizzabile**. Sarebbe composto da 60 triangoli, 12 decagoni e 20 dodecagoni.

Sorprendentemente il **quarto** sviluppo, che rappresenta un solido ottenuto trisecando gli spigoli dell'Icosidodecaedro, individua un poliedro semiregolare: l'**Icosidodecaedro tronco**. L'autore non tiene conto però che in realtà si otterrebbero non quadrati ma rettangoli, ottiene comunque un risultato notevole. Lo sviluppo presentato è una parte del totale.

Il **quinto** è lo sviluppo (parziale) di un **poliedro irregolare** ottenuto trisecando gli spigoli dell'Ottaedro tronco che ha la solita caratteristica di avere i triangoli isosceli e non equilateri. E' composto da 24 triangoli, 6 ottagoni e 8 dodecagoni.

Il **sesto** si dovrebbe ottenere dal quarto solido di questo elenco, cioè dall'Icosidodecaedro tronco, iscrivendo in ogni dodecagono 5 quadrati, un pentagono e 5 triangoli (come nel Rombicosidodecaedro) ma in questo caso il solido è **irrealizzabile** perché, proseguendo il procedimento, si formano vertici costituiti da poligoni che danno come somma dei loro angoli 360° .

Il solido dovrebbe essere composto da 60 triangoli, 90 quadrati, 12 pentagoni e 20 esagoni; lo sviluppo presentato è una parte del totale.

Il **settimo** sviluppo (parziale) è una struttura che dovrebbe dare luogo ad un poliedro di 24 triangoli, 42 quadrati e 8 esagoni, dovrebbe essere ricavato dal Cubottaedro tronco, iscrivendo nei 6 ottagoni: 5 quadrati e 4 triangoli. Anche in questo caso il poliedro è **irrealizzabile** sempre per il solito problema dei vertici a somma 360° .

L'**ottavo** e ultimo sviluppo (parziale) si dovrebbe ottenere dal quinto sviluppo sopra citato, sostituendo i triangoli con esagoni e aggiungendo 36 quadrati; **irrealizzabile** con poligoni regolari per il continuo formarsi di angoli giro. Sarebbe costituito da 36 quadrati, 24 esagoni, 6 ottagoni e 8 dodecagoni.

Dal punto di vista geometrico questa complessa ricerca portata avanti dall'autore produce risultati interessanti ma frammentari, dove, accanto a buone intuizioni, si riscontrano errori e approssimazioni piuttosto gravi; si ha l'impressione che prevalga l'entusiasmo e il desiderio della scoperta di trame grafiche complicate destinate a stupire sulla ricerca essenziale del modello geometrico. Dall'analisi svolta su questa parte del trattato emerge il profilo dello studioso umanista aristocratico, bramoso di indagare i molti campi del sapere per desiderio di elevazione e soprattutto per il piacere e il diletto intellettuale ("giocondissime isperienze").

I notevoli risultati di questo intenso impegno non arrivano però ad una rigorosa trattazione degli argomenti, rimanendo nell'ambito di un'appassionata ricerca colta a cui manca una solida base metodologica, manca l'approfondimento che, al di là del fatto singolo, porta a regole generali; tutte caratteristiche queste che sono presenti esemplarmente in Piero della Francesca.

NOTE

1) La Biblioteca Marciana di Venezia possiede tre manoscritti, provenienti dalla biblioteca di Barbaro, in cui sono raccolti i materiali che sono serviti alla stesura del volume, in particolare è possibile rintracciare i disegni dello stesso autore utilizzati come base per le xilografie della pubblicazione. Barbaro si è molto applicato nella pratica del disegno geometrico, sotto la guida del suo maestro Giovanni Zamberti, ma quando ha dovuto rappresentare soggetti architettonici complessi ha dovuto ricorrere alla mano del suo amico Andrea Palladio. 2) Sarebbe utile un'analisi approfondita dei disegni e del testo relativi alle rappresentazioni prospettiche che appaiono incerte e affidate a espedienti grafici piuttosto approssimativi. 3) Lui chiama tutti questi poliedri "corpi irregolari".

CREDITI

Le proiezioni ortogonali con sviluppo dei solidi platonici sono stati tratti dal sito:

<http://www.aac-less.it/sviluppo-di-solidi/>

L'immagine dei solidi duali è stata tratta dal sito:

https://www.researchgate.net/figure/Figura-5-Solidi-platonici-con-la-costruzione-dei-relativi-poliedri-duali_fig10_293648058

Tutte le immagini dei poliedri regolari e semiregolari sono tratte da Wikipedia alle voci:

"Poliedro" <https://it.wikipedia.org/wiki/Poliedro>;

"Solido archimedeo" https://it.wikipedia.org/wiki/Solido_archimedeo;

"Prisma" <https://it.wikipedia.org/wiki/Prisma>;

"Antiprism" <https://en.wikipedia.org/wiki/Antiprism> .

RINGRAZIAMENTI

Questo lavoro ha potuto essere pubblicato per la gentile e competente collaborazione di: Giorgio Terenzi per l'impaginazione grafica; Teresa Malerba per la correzione del testo; William Ferrari per la realizzazione dei disegni originali.

BIBLIOGRAFIA

- K. Crichtlow, 1969 - Order in space - Jarrold and Sons, London
- H.M. Cundy - A.P. Rollett, 1974 - I modelli matematici - Feltrinelli Editore, Milano.
- A. Marinoni (a cura di), 1982 - Luca Pacioli. De Divina Proportione - copia anastatica realizzata dall'Associazione fra le Casse di Risparmio Italiane. Ed. A. Pizzi, Milano.
- AA.VV., 1989 - L'occhio di Horus. Itinerari nell'immaginario matematico - Catalogo mostra, Marchesi Grafiche Editoriali, Roma.
- G. Reale (a cura di), 1991 - Platone. Tutti gli scritti - Rusconi Editore, Milano.
- A. Frajese - L. Maccione (a cura di), 2008 - Euclide. Gli elementi - Mondadori Editore, Milano.
- D. Contin - P. Odifreddi - A. Pieretti, 2010 - Antologia della Divina Proporzione. Di Luca Pacioli, Piero della Francesca e Leonardo da Vinci - Aboca Museum Edizioni.
- M. Bini, 2011 - Albrecht Durer. I viaggi verso la modernità - Il Bulino edizioni d'arte, Modena.
- Enciclopedia Treccani
- http://www.treccani.it/enciclopedia/la-civiltà-islamica-antiche-e-nuove-tradizioni-in-matematica-geometria-la-tradizione-euclidea-rivisitata_%28Storia-della-Scienza%29/.
- AA. VV., 2015 - Daniele Barbaro, 1514-70, Letteratura, scienza e arti della Venezia del Rinascimento - Catalogo mostra, Antiga Edizioni, Treviso.
- F. Camerota - F.P. Di Teodoro - L. Grasselli, (a cura di), 2015 - Piero della Francesca. Il disegno fra arte e scienza - Catalogo mostra, Skira Editore, Milano.
- AA.VV., 2016 - Tessere la tua lode. Le opere lignee di fra Giovanni da Verona in Santa Maria in Organo - Edizioni Facile Aiuto, Verona.
- M. Kemp, 1994 - La scienza dell'arte - Giunti Ed., Firenze.

- Pag. seguente: Fig. 32 - Poliedro stellato; disegno preparatorio alla stampa conservato nei manoscritti della Biblioteca Marciana Cat. 25, 1. c. 88r - Venezia - Tratto dal catalogo mostra 2015, Antiga ed. Treviso

il Tratto, rivista di arte e cultura
dell'Associazione Amici del Chierici - onlus

Direttrice responsabile: Monica Baldi
Capo redattore: Gian Andrea Ferrari
Redazione: Gaetano Baglieri, Gian Andrea Ferrari,
William Ferrari, William Formella, Maria Aurora Marzi,
Alessandro Tedeschi, Giorgio Terenzi.

Ideazione design: studioilgranello.it

Composizione realizzata in proprio dall'Associazione
Amici del Chierici-onlus

Hanno collaborato a questo numero:
William Formella, Gian Andrea Ferrari, Lucia Gramoli
e Aurora Marzi

Per contatti con la direzione e la redazione utilizzare
esclusivamente il seguente indirizzo
gaf.ginori@gmail.com

Proprietà: Associazione Amici del Chierici - onlus
Sede legale: via S. Pietro Martire 2/h
42121 Reggio Emilia
c.f. 91134800357
www.amicidelchierici.it
info@amicidelchierici.it
Presidente dell'Associazione: Leda Piazza

I contenuti degli articoli firmati, o siglati impegnano
esclusivamente gli estensori degli stessi. E' vietata qual-
siasi forma di riproduzione non autorizzata.
Per ogni controversia è competente il Foro di Reggio
Emilia.

MONICA BALDI

Si è diplomata al Liceo Classico "R. Guardini" nel 2004 poi
prosegue gli studi presso il DAMS di Bologna frequentando
l'indirizzo Cinema Mediologico.

Inizia la carriera giornalistica nel 2007 collaborando col
quotidiano "L'Informazione" di Reggio Emilia e con la rete
televisiva "É Tv Teleticolore".

Dal 2008 al 2010 ha collaborato presso il quotidiano "Gaz-
zetta di Reggio".

A livello giornalistico ha curato anche l'ufficio stampa per il
cortometraggio "All'Inferno ci vado in Porsche" tratto dal ro-
manzo dello scrittore reggiano Pierfrancesco Grasselli, girato
tra Reggio e Parma.

Ha curato anche la regia teatrale di opere liriche quali "To-
sca", "Bohème", "Rigoletto", "Elisir d'Amore", "Traviata" nel
contesto dell'evento Restate dal 2007 al 2009.

Nel 2009 è diventata Giornalista Pubblicista, iscritta regola-
rmente all'Albo Giornalisti Pubblicisti dell'Ordine dei Giorna-
listi di Bologna.

Attualmente scrive per "L'Informazione" di Reggio Emilia cu-
rando in special modo la cronaca bianca e la sezione Cultu-
ra e Spettacoli e per la rivista "Stampa Reggiana".

Ha aderito all'Associazione Amici del Chierici - onlus perché
nipote di Uberto Zannoni, preside dal 1960 al 1993 all'I-
stituto d'Arte "G. Chierici", oggi Liceo Artistico "G. Chierici"
di Reggio.

—

GIAN ANDREA FERRARI

Si è laureato in architettura nel 1977, presso l'Università
degli studi di Firenze, seguendo l'indirizzo in urbanistica e
pianificazione territoriale.

Nel 1979 è entrato come esperto in pianificazione territoria-
le e urbanistica presso la Provincia di Reggio e qui ha curato
diversi strumenti di pianificazione sovracomunale tra cui il
Piano Territoriale Paesistico Regionale (area reggiana) e il
Primo Piano Territoriale di

Coordinamento della Provincia di Reggio Emilia.

Dal 1997 è passato al settore dell'edilizia scolastica supe-
riore e universitaria, curando diversi restauri, tra cui quello
dei padiglioni dell'ex-Ospedale S. Lazzaro di Reggio Emilia
che attualmente ospitano le facoltà di Agraria e Medicina
dell'Università degli studi di Modena e Reggio.

Nel campo dell'informazione è stato promotore dell'emittente
radiofonica cattolica Radiotelepace di Verona, contribuendo
a fondare nel 1990, la Redazione Reggiana, cui ha collabo-
rato come redattore dal 1990 al 2003.

È stato promotore e coordinatore di numerose pubblicazioni
in campo ambientale, storico e territoriale, tra cui la Carta
Forestale, la Carta Archeologica e la Carta Idrografica tutte
legate alla Provincia di Reggio Emilia.

Appassionato di porcellane europee dell'Ottocento, soprat-
tutto dell'area boema e francese, ha collaborato come pub-
blicista, in questo settore, con la rivista CeramicAntica dal
1992 al 2002.

Collabora da alcuni anni alla rivista reggiana "Il Pescatore
Reggiano".

È stato cofondatore dell'Associazione Amici del Chierici -
onlus.